

**СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:**

1. Абрамик М.І. Гірчиця / М.І. Абрамик, С.Й. Гузінович, О.Л. Зозуля, Я.І. Шевчук.–Івано-Франківськ: Симфонія-Форте, 2011. –32 с.
2. Рекомендації з вирощування гірчиці в умовах Прикарпаття / І.М.Кифорук, О.М.Бойчук, В.М.Іванюк, О.М.Стельмах та ін. // Посібник українського хлібороба. – 2011. – №1. – С. 216-222.
3. Методика полевых опытов с кормовыми культурами / Под ред. А.С. Митрофанова, Ю.К. Новоселова, Г.Д. Харькова. – М., 1971. – 158 с.

УДК 635.657: 631.5: 631.6: 519.71

**ПРОГРАМУВАННЯ ВРОЖАЮ ЗЕРНА НУТУ ЗАЛЕЖНО  
ВІД ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРИЙОМІВ ЙОГО ВИРОЩУВАННЯ  
НА ПІВДНІ УКРАЇНИ**

*Лаверенко Н.М. – аспірант,*

*Лаверенко С.О. – к.с.-г.н., доцент, ДВНЗ «Херсонський ДАУ»*

**Постановка проблеми.** Кореляційно-регресійний аналіз – це побудова та аналіз економіко-математичної моделі у вигляді рівняння регресії (рівняння кореляційного зв'язку), що виражає залежність результативної ознаки від однієї або кількох ознак-факторів і дає оцінку міри щільності зв'язку [3-5].

Основні ідеї теорії кореляції вперше висунув англійський учений Ф. Гальтон наприкінці 70-х років XIX століття. Досліджуючи закономірності спадковості, він виявив, що кількісні ознаки батьків у дітей пом'якшувалися, «повертали» до середніх величин за сукупністю. Такий зв'язок учений назвав «регресією». Цей термін закріпився за рівнянням, яке дає змогу за величиною однієї кореляційно пов'язаної ознаки розраховувати середні величини іншої [1]. Розвинув теорію кореляції учень Ф. Гальтона К. Пірсон, який використовував коефіцієнт кореляції, як вимірник щільності зв'язку. Він розробив методи аналізу взаємозв'язку двох змінних, теорію часткових і чистих коефіцієнтів кореляції, теорію багатофакторної кореляції. Свій внесок у розвиток математичної статистики зробили Р. Фішер та учень К. Пірсона В. Госсет (псевдонім Стьюдент). Логічні й математичні питання теорії кореляції вивчав український математик-економіст Є. Слущкий [1, 2].

**Стан вивчення проблеми.** Правильне застосування кореляційних методів дає змогу зрозуміти глибинну сутність процесів взаємозв'язків. Кореляційні зв'язки виявляються не в кожному окремому випадку, а в середньому для багатьох випадків. У цих зв'язках між причиною і наслідком немає повної відповідності, а спостерігається лише певне співвідношення. Особливості кореляційних зв'язків породжують у теорії кореляції два завдання: визначити теоретичну форму зв'язку (регресійний аналіз) і виміряти щільність зв'язку (кореляційний аналіз). Перше полягає в тому, щоб знайти форму функціонального зв'язку, яка найбільшою мірою відповідає суті кореляційної залежності. Друге – виміряти за допомогою спеціальних показників якою мірою кореля-

ційний зв'язок наближається до зв'язку функціонального [1].

**Завдання і методика досліджень.** Дослідження з удосконалення елементів технології вирощування нуту в умовах півдня України були проведені на протязі 2012-2014 років на землях СК «Радянська земля» Білозерського району Херсонської області. У польових дослідах вивчалися такі фактори та їх варіанти: Фактор А – основний обробіток ґрунту: полицевий на глибину 20-22 см, полицевий на глибину 28-30 см; Фактор В – фон живлення: без добрив,  $N_{45}P_{45}$ ,  $N_{90}P_{90}$ ; Фактор С – загущення рослин, млн/га: 0,5; 1,0; 1,5; Фактор D – умови зволоження: без зрошення, на фоні зрошення.

**Результати досліджень.** Всебічне та глибоке пізнання процесів взаємозв'язків процесів формування врожаю зерна нуту залежно від досліджуваних агротехнологічних прийомів вирощування є невід'ємною частиною нашого наукового дослідження. Отримані дані в результаті кореляційно-регресійного аналізів показали, що сила зв'язку глибини основного обробітку ґрунту ( $X_1$ ), дози мінеральних добрив ( $X_2$ ) та загущення рослин ( $X_3$ ) з урожаєм зерна нуту слабка та складає 0,035; 0,181 та 0,270, відповідно, а сумарного водоспоживання ( $X_4$ ), навпаки, сильна - 0,930. Напрям зв'язку з усіма досліджуваними елементами технології вирощування нуту - прямий (табл. 1).

Множинний коефіцієнт кореляції всіх визначаючих факторів свідчить про сильний взаємозв'язок (0,922) урожаю зерна нуту з досліджуваними елементами технології вирощування.

**Таблиця 1 - Результати кореляційного і регресійного аналізів даних урожаю зерна нуту (середнє за 2012-2014 рр.)**

| До якого $X_i$ відносяться дані | R – множинний і $r_i$ – парні коефіцієнти кореляції | D – загальний і $d_i$ – часткові коефіцієнти детермінації | $b_0$ і $b_i$ – коефіцієнти регресії | t – критерій |      |
|---------------------------------|---|---|--------------------------------------|--------------|------|
|                                 |   |   |                                      | фактичний    | 0,05 |
| $X_1X_2X_3X_4$                  | 0,960   | 0,922   | -0,6740                              | -            |      |
| $X_1$                           | 0,035   | 0,001   | -0,0147                              | -2,82        | 1,97 |
| $X_2$                           | 0,181   | 0,033   | 0,0019                               | 6,58         |      |
| $X_3$                           | 0,270   | 0,073   | 0,2783                               | 5,43         |      |
| $X_4$                           | 0,930   | 0,865   | 0,0011                               | 32,49        |      |

Примітки:  $X_1$  - глибина основного обробітку ґрунту, см;  $X_2$  - доза внесення мінеральних добрив, кг/га діючої речовини;  $X_3$  - загущення рослин, млн. рослин/га;  $X_4$  - сумарне водоспоживання, м<sup>3</sup>/га.

Для більш детального аналізу та встановлення достовірності взаємозв'язків досліджуваних факторів з урожаєм зерна нуту був проведений кореляційний аналіз множинних зв'язків.

Отримані дані свідчать (табл. 2), що найбільша сила кореляційного зв'язку була відмічена у взаємодіях  $X_1X_4$  - 0,933,  $X_2X_4$  - 0,945;  $X_3X_4$  - 0,940,  $X_1X_2X_4$  - 0,948,  $X_1X_3X_4$  - 0,942 та  $X_2X_3X_4$  - 0,957, тобто де у моделях був використаний фактор  $X_4$  - сумарне водоспоживання.

Коефіцієнт регресії показує, що збільшення глибини основного обробітку ґрунту на 1 см зменшує врожайність зерна нуту на 14,7 кг; збільшення дози мінеральних добрив на 1 кг/га діючої речовини збільшує показник на 1,9 кг/га, загущення на 0,1 млн. рослин/га - 7,3 кг; збільшення сумарного водоспоживання на 1 м<sup>3</sup> - на 1,1 кг/га.

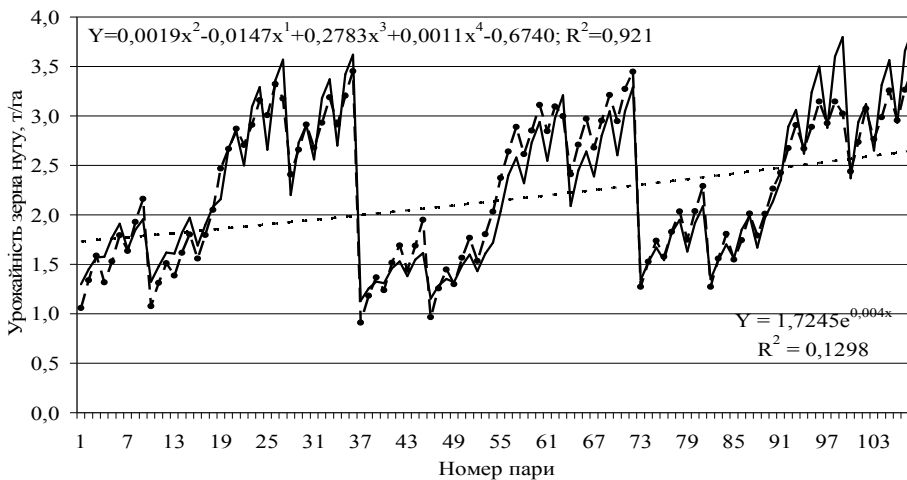
**Таблиця 2 - Результати кореляційного аналізу множинних зв'язків даних урожаю зерна нуту з досліджуваними факторами (середнє за 2012-2014 рр.)**

| До якого $X_i$ відносяться дані | Коефіцієнти кореляції | Коефіцієнти детермінації |
|---------------------------------|-----------------------|--------------------------|
| $X_1X_2$                        | 0,183                 | 0,033                    |
| $X_1X_3$                        | 0,272                 | 0,074                    |
| $X_1X_4$                        | 0,933                 | 0,870                    |
| $X_2X_3$                        | 0,339                 | 0,115                    |
| $X_2X_4$                        | 0,945                 | 0,892                    |
| $X_3X_4$                        | 0,940                 | 0,884                    |
| $X_1X_2X_3$                     | 0,339                 | 0,115                    |
| $X_1X_2X_4$                     | 0,948                 | 0,899                    |
| $X_1X_3X_4$                     | 0,942                 | 0,888                    |
| $X_2X_3X_4$                     | 0,957                 | 0,915                    |

Примітки:  $X_1$  - глибина основного обробітку ґрунту, см;  $X_2$  - доза внесення мінеральних добрив, кг/га діючої речовини;  $X_3$  - загущення рослин, млн. рослин/га;  $X_4$  - сумарне водоспоживання, м<sup>3</sup>/га.

Згідно отриманих коефіцієнтів регресії та вільного члена була складена математична модель урожаю зерна нуту:

$$Y = 0,0019X_2 - 0,0147X_1 + 0,2783X_3 + 0,0011X_4 - 0,6740.$$



Примітки: — експериментальний Y; ---●--- розрахований Y.

Рисунок 1. Експериментальні та розраховані рівні врожаю зерна нуту

Формула добре пояснює і підтверджує отримані у досліді дані врожаю зерна нуту, про що свідчить близька збіжність кривих експериментальних і розрахованих величин урожаю культури (рис. 1).

Як відомо біологічні та технологічні процеси формування продуктивності культури є криволінійними, тому було встановлено нелінійні відносини між змінними та результуючим факторами. Для цього була використана апроксимуюча крива по експоненті, на основі якої можна робити висновки про вплив на врожай визначаючих факторів і робить його прогнозування найбільш наближеним до реальних умов вирощування. Отримане рівняння має вигляд:

$$X = 1,7245e^{0,004X},$$

де  $e$  - основа натурального логарифма;

$X$  - незалежна (факторна) змінна.

Сучасні методи аналізу, програмування та прогнозування усіх елементів живої та неживої природи постійно удосконалюються і все більш стають пристосованими для виконання конкретних завдань. На цей час більш удосконаленим методом програмування врожайності сільськогосподарських культур є регресійний нормований аналіз. Рівняння нормованої множинної регресії має вид:

$$\frac{y - \bar{y}}{s_y} = k_1 \frac{s_{x_1}}{s_y} \frac{x_1 - \bar{x}_1}{s_{x_1}} + k_2 \frac{s_{x_2}}{s_y} \frac{x_2 - \bar{x}_2}{s_{x_2}} \quad \text{або} \quad \hat{y} = b_1 \hat{x}_1 + b_2 \hat{x}_2$$

Коефіцієнт  $\beta_1$  і  $\beta_2$  називають  $\beta$ -коефіцієнтами значущості або шляховими коефіцієнтами. Вони на відміну від коефіцієнтів регресії не залежать від одиниць виміру і характеризують на скільки  $\delta_y$  зміниться у середньому результуюча ознака при зміні відповідного фактора впливу на  $\delta_x$ .

**Таблиця 3 - Результати регресійного нормованого аналізу для залежної змінної**

| Показник     | Коефіцієнт $\beta$ | Стандартна похибка | t(103)   | p-рівень |
|--------------|--------------------|--------------------|----------|----------|
| Вільний член |                    |                    | -4,32380 | 0,000036 |
| Фактор $X_1$ | -0,0786            | 0,0279             | -2,82185 | 0,005731 |
| Фактор $X_2$ | 0,1831             | 0,0278             | 6,58459  | 0,000000 |
| Фактор $X_3$ | 0,1523             | 0,0280             | 5,43101  | 0,000000 |
| Фактор $X_4$ | 0,9135             | 0,0281             | 32,49208 | 0,000000 |

Примітки:  $X_1$  - глибина основного обробітку ґрунту, см;  $X_2$  - доза внесення мінеральних добрив, кг/га діючої речовини;  $X_3$  - загущення рослин, млн. рослин/га;  $X_4$  - сумарне водоспоживання, м<sup>3</sup>/га.

Провівши регресійний нормований аналіз встановлено (табл. 3), що  $R=0,9599$ ;  $R^2=0,9214$ ; Скоректований  $R^2=0,9183$ ;  $F(4,103)=301,66$   $p<0,0000$  та стандартна похибка оцінки - 0,2142. Згідно отриманих даних рівняння має наступний вигляд:

$$\hat{y} = 0,0786 \hat{x}_1 + 0,1831 \hat{x}_2 + 0,1523 \hat{x}_3 + 0,9135 \hat{x}_4$$

Лінійний розвиток процесів у живої природи неможливий, тому використання нелінійних функціональних зв'язків для пояснення та встановлення закономірностей є особливо актуальним і своєчасним. Для оцінювання агротехнологічних прийомів вирощування зерна нуту нами було використано метод потрійного експоненціального згладжування (метод Вінтерса). Він використовується для коротко- і середньострокового прогнозування за умови присутності у часовому ряду періодичної (сезонної) складової. Кожен елемент часового ряду (дискретне значення ряду) являє собою сигнал, який формує загальну тенденцію його розвитку з врахуванням трьох складових - передісторію формування ряду ( $\alpha$ ), трендову ( $\beta$ ) та циклічну складові ( $\gamma$ ). Знаходження кращої моделі відбуваються шляхом порівняння похибок при різних варіаціях коефі-

цієнтів.

$$Y = \begin{cases} L_t = \frac{a \gamma Y_t}{S_{t-s}} + (1-a)\gamma (L_{(t-1)} + T_{t-1}) \\ T_t = b\gamma (L_t - L_{t-1}) + (1-b)\gamma T_{t-1} \\ S_t = g\gamma \frac{Y_t}{L_t} + (1-g)\gamma S_{t-s} \\ Y_{t+p} = (L_t + pT_t)\gamma S_{t+p} \end{cases},$$

де  $Y$  – залежна перемінна;

$L_t$  - прогноз на наступний період часу;

$Y_t$  – фактичне значення в момент часу  $t$ ;

$L_{(t-1)}$  - попередній прогноз на момент часу  $t$ ;

$T$  – трендова складова;

$S$  – циклічна складова;

$\alpha$  – постійне згладжування ( $0 \leq \alpha \leq 1$ );

$\beta$  – оцінка тренду ( $0 \leq \beta \leq 1$ );

$\gamma$  – оцінка сезонної складової ( $0 \leq \gamma \leq 1$ ).

Перше рівняння описує згладжений ряд загального рівня. За допомогою другого рівняння оцінюється тренд. Третє рівняння оцінює періодичну (сезонну) складову. Четверте рівняння визначає прогноз на  $p$ -періодів часу вперед. Критерії оцінки похибки моделі (табл. 4): середня похибка (СП), середня абсолютна похибка (САП), сума квадратів похибок (СКП), середня квадратична похибка (СерКП), середня похибка, % (СПВ), середня абсолютна відносна похибка, % (САВП).

Оцінивши модель за критеріями похибок для моделювання і прогнозування врожаю зерна нуту обираємо наступні коефіцієнти:  $\alpha=0,5$ ;  $\beta=0,1$ ;  $\gamma=0,1$ . На першому етапі за допомогою одномірного спектрального аналізу Фур'є була визначена сезонна складова формування врожаю зерна нуту, яка склала 36 періодів.

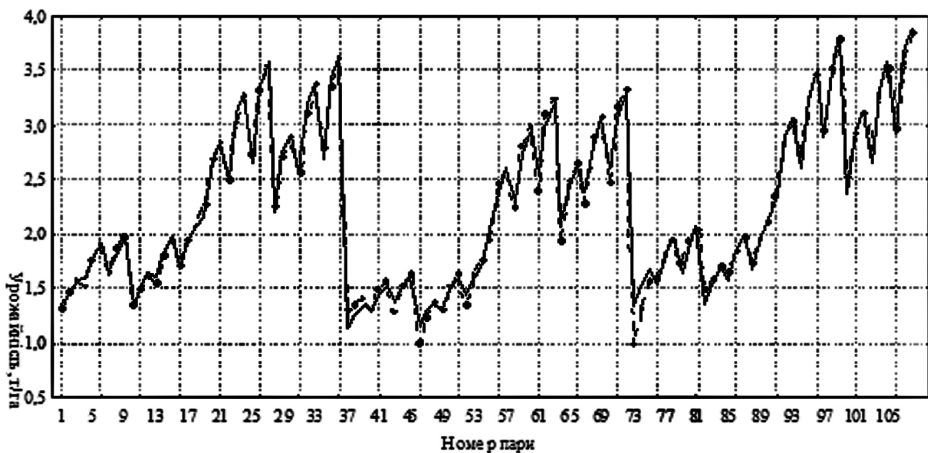
**Таблиця 4 - Оцінка коефіцієнтів моделі Вінтерса  
для програмування врожаю зерна нуту**

| Альфа | Бета | Гама | СП     | САП      | СКП  | СерКП  | СПВ    | САВП |
|-------|------|------|--------|----------|------|--------|--------|------|
| 0,50  | 0,10 | 0,10 | 0,0004 | 0,056896 | 2,79 | 0,0065 | -0,031 | 3,02 |
| 0,60  | 0,10 | 0,10 | 0,0003 | 0,057384 | 2,81 | 0,0065 | -0,033 | 3,02 |
| 0,40  | 0,10 | 0,10 | 0,0004 | 0,057280 | 2,86 | 0,0066 | -0,030 | 3,08 |
| 0,70  | 0,10 | 0,10 | 0,0003 | 0,057934 | 2,89 | 0,0067 | -0,034 | 3,02 |
| 0,50  | 0,10 | 0,20 | 0,0003 | 0,059755 | 2,92 | 0,0068 | -0,034 | 3,16 |
| 0,60  | 0,20 | 0,10 | 0,0003 | 0,058460 | 2,94 | 0,0068 | -0,032 | 3,07 |
| 0,50  | 0,20 | 0,10 | 0,0004 | 0,058216 | 2,94 | 0,0068 | -0,029 | 3,09 |
| 0,60  | 0,10 | 0,20 | 0,0002 | 0,059701 | 2,96 | 0,0069 | -0,035 | 3,12 |
| 0,40  | 0,10 | 0,20 | 0,0003 | 0,060101 | 2,97 | 0,0069 | -0,031 | 3,21 |
| 0,70  | 0,20 | 0,10 | 0,0003 | 0,058757 | 2,99 | 0,0069 | -0,034 | 3,06 |

Далі, із застосуванням метода Вінтерса, була створена модель часового формування врожаю зерна нуту з періодичною складовою:

$$Y = \begin{cases} L_t = \frac{0,5 \text{Ч} Y_t}{S_{t-36}} + 0,5 \text{Ч} (L_{(t-1)} + T_{t-1}) \\ T_t = 0,1 \text{Ч} (L_t - L_{t(n-1)}) + 0,9 \text{Ч} T_{t-1} \\ S_t = 0,1 \text{Ч} \frac{Y_t}{L_t} + 0,9 \text{Ч} S_{t-36} \\ Y_{t+p} = (L_t + p T_t) \text{Ч} S_{t-36+p} \end{cases}$$

Дана модель являється універсальною для прогнозування врожаю зерна нуту в типових агрокліматичних умовах. Достовірність отриманої моделі склала 96,98%. Результати аналізу моделі представлені в таблиці 5, а криві - на рисунку 2.



Примітки: ——— експериментальний Y; ---●--- розрахований Y.

Рисунок 2. Експериментальні та розрахункові криві врожаю зерна нуту в польовому досліді за використання потрійного експоненціального згладжування (модель розвитку процесу)

Таблиця 5 - Оцінка похибки трьохпараметричної експонентної моделі

| Критерій                              | Похибка моделі |
|---------------------------------------|----------------|
| Середня помилка, т/га                 | 0,00035        |
| Середня абсолютна похибка, т/га       | 0,0569         |
| Сума квадратів                        | 0,793          |
| Середній квадрат                      | 0,0065         |
| Середня абсолютна відносна похибка, % | 3,02           |

Більш перспективним методом програмування врожаю культури, який можна використовувати на виробництві є кусково-лінійні моделі регресії. Вони характеризуються тим, що вид залежності між результативною змінною і факторними змінними може бути неоднаковий в різних областях значень факторних змінних. Цю функцію зазвичай задають на кожному з інтервалів окремою формулою:

$$Y = \begin{cases} k_0 + b_0, & X < X_1 \\ k_1 X + b_1, & X_1 < X < X_2 \\ \dots \\ k_n X + b_n, & X_n < X \end{cases} \quad 5$$

де  $b_i$  - загальний вільний член;  
 $k_i$  - кутовий коефіцієнт;  
 $X_i$  - фактори моделі.

При аналізі отриманих експериментальних даних урожаю зерна нуту та показників, які його визначали, рівняння приймає наступний вигляд:

$$Y = \begin{cases} 0,0057x_1 + 0,0013x_2 + 0,1952x_3 + 0,0007x_4 - 0,0556, & \text{якщо } 0 < Y < 2,26; R = 0,97. \\ 0,0496x_1 + 0,0016x_2 + 0,0769x_3 + 0,0026x_4 - 4,6708, & \text{якщо } Y > 2,26; R = 0,97. \end{cases}$$

Рівняння характеризує параметри зміни врожаю зерна нуту за умови отримання запланованого врожаю менше або на рівні 2,26 т/га, а друге – більше 2,26 т/га. Ймовірність даних моделей складає 94,7%.

**Висновки та пропозиції.** Побудовані математичні моделі можна використовувати у господарствах різних форм власності за різних умов планування господарської діяльності при вирощуванні запланованої кількості продукції нуту. Їх високу достовірність та практичну доцільність підтверджують дані кривих експериментальних даних, отриманих у дослідах та розрахованих величин.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Економічна енциклопедія: У трьох томах. Т.2. / С.В. Мочерний (відп. ред.) та ін. – К.: Видавничий центр «Академія», 2000. – 864 с.
2. Мак-Каллок У.С. Логическое исчисление идей, относящихся к нервной активности / У.С. Мак-Каллок, В. Питтс // Автоматы / Под ред. К.Э. Шеннона и Дж. Маккарти. - М.: Изд-во иностр. лит., 1956. - С. 363-384.
3. Лазер П.Н. Інструментарій і технології організації інформації у землеробстві: [навчальний посібник] / П.Н. Лазер, Є.К. Міхеєв. – Херсон: Видавництво ХДУ, 2006. – 372 с.
4. Сергеев С.С. Сельскохозяйственная статистика с основами социально-экономической статистики: [Учеб. для высш. с.-х. учеб. заведений по экон. спец.] / С.С. Сергеев. - М.: Финансы и статистика, 1999. – 656 с.
5. Юзбасиев М.М. Статистический анализ тенденций и колеблемости / М.М. Юзбасиев, А.М. Манелл. - М.: Финансы и статистика, 1998. – 207 с.